Приклад розв'язання залікової задачі з дисципліни „ОНД".

Задача 1. Визначення кількісних характеристик надійності виробу

Теоретичні відомості

Використовуємо формули, по яких визначатися кількісні характеристики надійності виробу

$$p(t) = \exp\left(-\int_0^1 \gamma(t)dt = 1 - \int_0^1 f(t)dt \right. \quad (1)$$

$$q(t) = 1 - p(t) \quad (2)$$

$$f(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{dq(t)}{dt} \quad (3)$$

$$\gamma(t) = \frac{f(t)}{p(t)} \quad (4)$$

$$m_t = \int_0^\infty p(t)dt \quad (5)$$

де p(t) – вірогідність безвідмовної роботи виробу на інтервалі часу 0-t;

q(t) – вірогідність відмови виробу на інтервалі часу від 0 до t;

f(t) – частота відмов виробу або щільність вірогідності часу безвідмовної роботи виробу T;

γ(t) – інтенсивність відмов виробу;

m_t– середній час безвідмовної роботи виробу.

Формули (1) – (5) для експоненціального закону розподілу часу безвідмовної роботи виробу наберуть вигляду

$$p(t) = e^{-\gamma t} \quad (6)$$

$$q(t) = 1 - e^{-\gamma t} \quad (7)$$

$$f(t) = y \cdot e^{-\gamma t} \quad (8)$$

$$y(t) = \frac{y \cdot e^{-yt}}{e^{-yt}} = \gamma \quad (9)$$

Формули (1) – (5) для експоненціального закону розподілу часу безвідмовної роботи виробу наберуть вигляду

$$p(t) = 0.5 - \Phi(U) \qquad U = \frac{t - m}{\sigma} \quad (10)$$

$$q(t) = 0.5 + \Phi(U) \qquad \Phi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^U e^{\frac{U^2}{2}}\, dU \quad (11)$$

$$f(t) = \frac{\varphi(U)}{\sigma_t} \qquad \Phi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{U^2}{2}}\, dU \quad (12)$$

$$\gamma(t) = \frac{\varphi(U)}{\sigma_t} \cdot \frac{1}{0.5 - \Phi(U)} \quad (13)$$

де $\varphi(U)$– функція Лапласа, що має властивості

$$\Phi(U) = 0 \quad (15)$$

$$\Phi(-U) = -\Phi(U) \quad (16)$$

$$\Phi(\infty) = 0{,}5 \quad (17)$$

Значення функції $\varphi(U)$ Лапласа приведені в додатку П. 7.13 [1].

Значення функції приведені в додатку П. 7.17 [1].

Тут m_t– середнє значення випадкової величини Т;

σ_t^2 – дисперсія випадкової величини Т;

Т – час безвідмовної роботи;

Формули (1) – (5) для закону розподілу Вейбулла часу безвідмовної роботи виробу має вигляд

$$p(t) = e^{-at^k} \quad (18)$$

$$q(t) = 1 - e^{-at^k} \quad (19)$$

$$f(t) = akt^{k-1} \cdot p(t) \quad (20)$$

$$m(t) = \frac{\frac{1}{k}\Gamma \cdot \left(\frac{1}{k}\right)}{a^{\frac{1}{k}}}$$

деа, k– параметри закону розподілу Вейбулла.

Г(х) – гамма–функція, значення якої приведені в додатку П. 7.18 [1].

Формули (1) – (5) для закону розподілу Релея часу безвідмовної роботи виробу має вигляд

$$f(t) = \frac{t^2}{2\sigma_t^2} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right) \quad (25)$$

$$\gamma(t) = \frac{t^2}{2\sigma_t^2} \quad (26)$$

$$m(t) = \sigma_t\sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (27)$$

де σ_t– міра розподілу випадкової величини Т;

Т – час безвідмовної роботи виробу.

Завдання 1 Час роботи елементу повністю підпорядкований експериментальному закону розподілу з параметром $y = 2{,}5 \cdot 10^{-5}\,1/$ година.

Необхідно вичислити кількісні характеристики надійності елементу $p(t)$, $q(t)$, $f(m)$, m_t, t=1000 час.

Рішення:

Використовуємо формули (6), (7), (8), (10), для $p(t)$, $q(t)$, $f(m)$, m_t.

1. Розраховуємо вірогідність безвідмовної роботи $p(t) = e^{-yt} = e^{-0.0025} = 0{,}9753$

Використовуючи ці таблиці П. 17.14 [1] отримаємо

$$p(1000) = e^{-2{,}5\cdot10^{-5}\cdot1000} = e^{-0.0025} = 0{,}9753$$

2. Розраховуємо вірогідність відмови $q(1000)$. Маємо

$$q(1000) = 1 - p(1000) = 0{,}0247$$

3. Розраховуємо частоту відмов

$$f(t) = \gamma(t)p(t) = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2{,}5\cdot 10^{-5}\cdot t}$$
$$f(1000) = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2{,}5\cdot 10^{-5}\cdot 1000}$$

4. Розраховуємо середній час безвідмовної роботи

$$m_t = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{2{,}5 \cdot 10^{-5}} = 40000 \text{ годин.}$$